振動計の自己検定について

武 藏 倉 治
工学部機械工学科

1. 緒　言

振動計の感度及び精度を検定する方法には二種類あり。（Ⅰ）動きの性質がわかつている振動台に振動計をのせて振動計に強制振動を記録せしめて，与えた振動と記録した振動波形とを比較して倍率（感度）を検定する。（Ⅱ）振動台なしに，振動計に自由振動を記録せしめて振動計の性質を表す定数を求め，これによりて感度及び精度を検定する。

振動計の記録の高さ1mmが振動変位何mmに当るかを表す値を振動変位計定数といい，また振動計の記録の高さ1mmが振動加速度の何cm/s²に当るかを表す値を振動加速度計定数と称える。

振動計の使用者が振動計を検定するのに，振動台を設備するのが甚だ困難であるから振動台なしに振動計定数を決定する方法を考え，併せて記録波形に対する補正値を求める方法を述べる。

2. 振動計定数の決定法

ばね振子振動計について考える。振動計の受ける振動を $x=a\sin pt$，振子が振動計枠に対する動きをyとすると

$$M\ddot{y}+2\varepsilon\dot{y}+ky=Map^2\sin pt \cdots\cdots\cdots\cdots (2.1)$$

但し，固体摩擦はないものとして，振子の質量を M，ばねの彈性力を ky，流体摩擦力を $2\varepsilon\dot{y}$ とする。しかる時の振子の強制振動は次の如くなる。

$$y=ap^2\sin(pt-\delta)/\sqrt{(n^2-p^2)^2+4\lambda^2p^2} \cdots\cdots\cdots\cdots 2.2)$$

但し，$n^2=k/M$，$\lambda=\varepsilon/M$．これによりて A＝補正した記録全振幅，B＝計器の幾何倍率とすると

$$A=B\ (2ap^2/n^2\beta) \cdots\cdots\cdots\cdots (2.3)$$

但し，$T_0=2\pi/n$＝流体摩擦がはたらかぬ時の自由振動周期，$T=2\pi/p$＝測定すべき振動の周期

$$\beta^2=(1-T_0^2/T^2)^2+(\lambda^2T_0^2/\pi^2)\ (T_0^2/T^2) \cdots\cdots\cdots\cdots (2.4)$$

いま振子が動く方向に重力を受ける時のyの値をy_g，その時の記録の高さをY_g，とすると

$$ky_g=Mg, \qquad By_g=Y_g$$

$$\therefore\ n^2=k/M=g/y_g \quad \therefore\ g/By_g=n^2/B$$

然る時は (2.3) によりて

$$\text{振動加速度計定数}=2ap^2/A=\beta(gY_g) \cdots\cdots\cdots\cdots (2.5)$$

但し，βは (2.4) にて表され，その式中のλは次の式にて求めらる。

$$\lambda^2=\frac{(\log_e R)^2}{\pi^2+(\log_e R)^2}\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots ((2.6)$$

なお，R＝固体摩擦なき減衰振動記録に於ける，連続する二つの全振幅（補正した）の比である。

3. 振動計の記録振動に對する補正値の決定法

3.1 嵌合部分の弛みに対する補正値(H_1)

嵌合部分に弛みなきときは正弦曲線を描く場合に，弛みがあると波形の山の頂及び谷と底に平な直線部分を描いて波形の高さの減少は一定である。例えば連桿を接合するピンのその嵌まる孔との間の直徑の差による時は，その半徑の差をδ，幾何倍率をBとすると波形振幅の補正値は$B\delta$にて示さる。而してかかる弛みによる波形に於ては正弦曲線になるように修正波形を書くことによつて誤差を除く事ができる。

3.2 運動部分にある固体摩擦に対する補正値(H_2)

固体摩擦及び流体摩擦あるばね振子の自由振動の運動方程式は次の如くなる。

$$M\ddot{y}+2\varepsilon\dot{y}+ky=\mp F \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.1)$$

但し，$\dot{y}>0$なる時は複号中上方符号をとるものとする。この式に於て　$\varepsilon/M=\lambda$，$k/M=n^2$，　$F/k=\rho$　とおけば

$$\ddot{y}+2\lambda\dot{y}+n^2\ (y\pm\rho)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2)$$

これを解き連続する二つの振幅をy_K，y_{K+1}　とすれば

$$y_{K+1}\pm\rho=-(y_K\pm\rho)R^{-1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3)$$

但し$\alpha=\sqrt{n^2-\lambda^2}$　$R=e^{\frac{\pi\lambda}{\alpha}}$ 然る時は第1図に示す如く

$$y_1 \to y_2, \dot{y}<0,\ y_2-\rho=-(y_1-\rho)R^{-1} \qquad \therefore\ y_1=(-y_2)R+(1+R)\rho$$

$$y_2 \to y_3,\ \dot{y}>0;\ y_3+\rho=-(y_2+\rho)R^{-1} \qquad \therefore\ (-y_2)=(y_3)R+(1+R)\rho$$

$$y_3 \to y_4,\ \dot{y}<0;\ y_4-\rho=-(y_3-\rho)R^{-1} \qquad \therefore\ y_3=(-y_4)R+(1+R)\rho$$

……

従つて

$$Y_1=y_1+(-y_2)=Y_2R+2(1+R)\rho$$

$$Y_2=(-y_2)+y_3=Y_3R+2(1+R)\rho$$

$$Y_3=y_3+(-y_4)=Y_4R+2(1+R)\rho$$

……

$$\therefore\quad Y_K=Y_{K+1}+2(1+R)\rho \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4)$$

故に固体摩擦及び流体摩擦あるばね振子に自由振動を記録せしめて相隣れる二つの全振幅をy_K，y_{K+1}　とし，第2図に示す如く，横軸にy_{K+1}(mm)　,縦軸に　y_K(mm)　をとる時はその関係は(3.4)によりて直線にて示され，その直線が横軸となす角をθ，縦軸をきる値を　Ψ(mm)　とすると

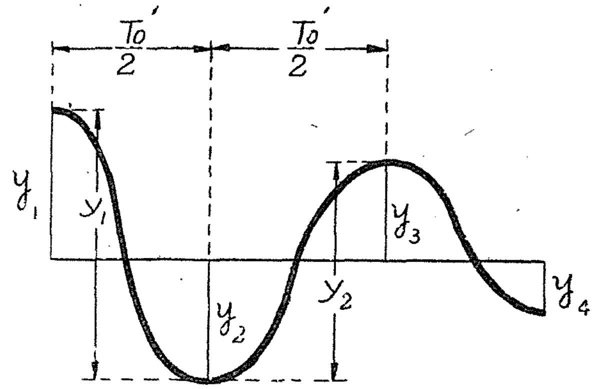
$$\left.\begin{array}{l}\text{振幅減衰比}(R)=\tan\theta \\ \text{振幅減少値}(2\rho)=\Psi/(1+R)\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4)'$$

にて表されるから

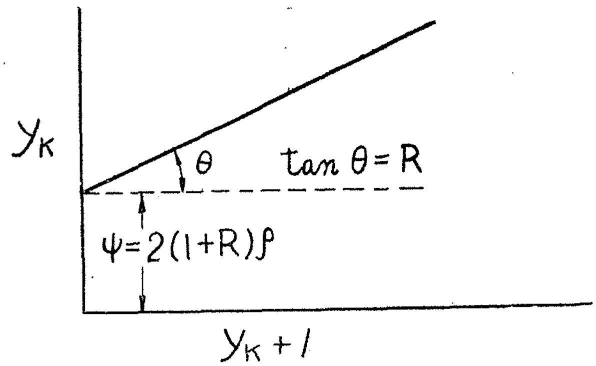
固体摩擦に対する記録全振幅補正値

$$(H_2)=2\Psi/(1+R) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.5)$$

第 1 圖



第 2 圖



3.3　強制振動によつて激励せられる振子の自由振動に対する補正値 (H_3)　　流体摩擦及び固体摩擦のあるばね振子振動計に於て

$$振動計の記録 = B\left[\frac{a p^2 \sin(pt-\delta)}{\sqrt{(n^2-p^2)+4\lambda^2 p^2}} + c_1 e^{-\lambda t}\sin(\sqrt{n^2-\lambda^2}\,t + c_2) \mp \frac{F}{k}\right] \cdots\cdots (3\cdot 6)$$

但し，F＝固体摩擦力とし，振子の速度が正なるときは(−)符号をとる。しかして $t=0$ に於て変位0，速度0とすると

$$C_1 = \left[\frac{\{\lambda(A\sin\delta + F/k) - Ap\cos\delta\}^2 + (n^2-\lambda^2)(A\sin\delta + F/k)^2}{n^2-\lambda^2}\right]^{\frac{1}{2}} \cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot 7)$$

$$C_2 = \tan^{-1}\frac{\sqrt{n^2-\lambda^2}}{\lambda - Ap\cos\delta/(A\sin s\delta + F/k)} \cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot 8)$$

となりて，(3.6) 式の第2項によつて

$$記録振幅補正値(H_3) = -BC_1 e^{-\lambda t}\sin(\sqrt{n^2-\lambda^2} + C_2) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot 9)$$

但し，tは (3.6)式に於ける $\sin(pt-\delta)=1$ より計算されるから

$$t = (\pi/2+\delta)/p \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot 10)$$

次に (3.9) 式によりて数値計算する方法を述べる。

(1)　λの求め方　　(2.6) によつて求める。

(2)　nの求め方　　$n = 2\pi/T_0$

(3) δの求め方　　T＝測定すべき振動の周期，　$p=2\pi/T$

$$\delta=\tan^{-1} 2\lambda p/(n^2-p^2)$$

(4) F/kの求め方　　(3.2)式にて示す如く　$F/k=\rho$なるを以て，(3.4)′ 式によりて　$F/k=\Psi/2(1+R)$にて求められる。

4. 振動加速度計の検定法とその実測値　　前述したことによつて振動加速度計定数は次の式にて求められる。

(2.5)　振動加速度計定数$=\beta(g/Y_g)$

但し　(2.4)　$\beta^2=(1-T_0^2/T^2)^2+(\lambda T_0/\pi)^2(T_0/T)^2$

(2.6)　$\lambda^2=\dfrac{(\log_e R)^2}{\pi^2+(\log_e R)^2}\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2$

R＝液体摩擦に対する振幅減衰比

T_0＝流体摩擦なき時の自由振動周期

T＝測定すべき振動の周期

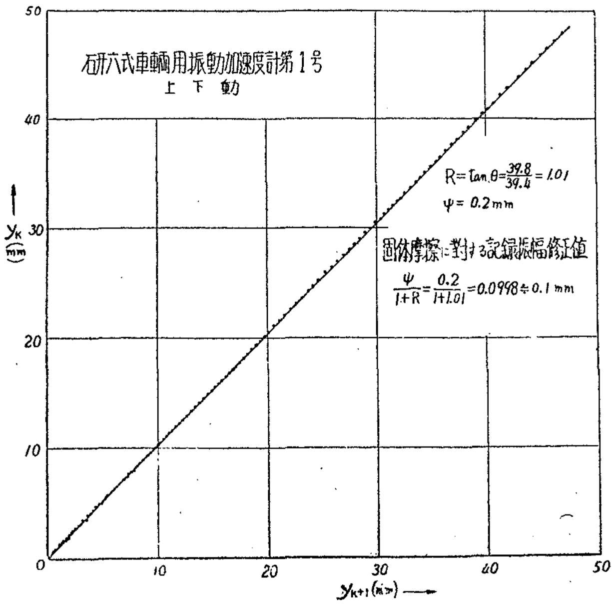
Y_g＝振子が重力を受けた時の記録の高さ

流体摩擦として油制振器をもつている板ばね振子振動加速度計について上述の方法によつて実測した値を述べる。この油制振器は機械油を入れるダツシユポツトにてピストンに孔を設けてその孔の面積を加減することのできるようにして減衰力を調節する。

4.1　固体摩擦に対する記錄全振幅補正値 (H_2) を求むること。

(3.5) によつてH_2 を求めるには，油制振器を作用せしめないで自由振動を記錄せしめ，その振幅を遊尺顯微鏡にて測定し，3.2に於て述べたように連続する二つの全振幅を Y_K Y_{K+1} とし第2図に示す如く植点した実驗値を第3図に示す。これによつて得た結果は次の通りである。

	$R\fallingdotseq\tan\theta$	Ψ(mm)	H_2(mm)$=2\Psi/(1+R)$
上下動振動加速度計	1.01	0.20	0.10×2
左右動振動加速度計	1.03	0.25	0.12×2



4.2　減衰振動記錄によつて振幅減衰比 (R) を求むること。

振動計の使用狀態に於ては油制振器を加減して二三回振動して靜止するように減衰力を調節するのが適当である。機械油の粘性は溫度によりて変化があるから振動計を使用する前には油の種類又は油の通路の面積を加減することによりて減衰力を適当に保つことが必要である。

いま振動加速度計の油制振器を1/4につめて減衰振動をなさしめ，その記錄をとり3.2

に於て述べた方法によつて振幅減衰比(R)を求める。
その実測値次の如し。

	振幅減衰比(R)
上下振動加速度計	2.13
左右振動加速度計	2.63

4.3　減衰力がはたらかぬ時の自由振動周期(T_0)を求むること。

第一法　振動計の油制振器を作用せしめないで自由振動を記録した時，固体摩擦のみ作用して流体摩擦が全く作用しない時は振幅が等差級数的に減衰し，その周期は減衰力がはたらかぬ時の自由振動周期を示すから連続する記録波形数個の間の平均周期を以てT_0とする。

第二法　振動計の油制振器を除去して自己振動を記録せしめた時固体摩擦ばかりでなく，振子の重錘が空氣中にて運動することと振子ばねの内部摩擦抵抗によつて減衰力が作用していることが振動記録に表れている時は次の方法にて減衰力がはたらかぬ時の自由擦動周期(T_0)が求められる。

(2.6) (3.6) によりて

$$\lambda^2=\frac{(\log_e R)^2}{\pi^2+(\log_e R)^2}\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \qquad T_0'=\frac{2\pi}{\sqrt{n^2-\lambda^2}}$$

$$\therefore \quad T_0=T_0'\sqrt{1-\frac{(\log_e R)^2}{\pi^2+ \log eR)_2}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.1)$$

式中T_0'は減衰力が作用している時の自由振動周期にて，Rは振幅減衰比で4.2の方法にて求められるから，共に自由振動記録から求められる。

第三法　振動計の油制器を除去して自由振動を記録せしめた時前述の理由によつて多少の減衰力が作用していることが振動記録に表れていても，その減衰力は小なるを以てその影響を省畧して

$$T_0=T_0'$$

によりてT_0を求める。この事は (4.1) 式につぎの数値を入れることからも理解される。

実測値　　4.1に示す振動記録について(4.1)式によりて求めると

	R	T_0(s)
上下動振動加速度計	1.01	0.18
左右動振動加速度計	1.03	0.16

4.4　λの値を求むること

(2.6)式によりて

$$\lambda^2=\frac{(\log eR)^2}{\pi^2+(\log eR)^2}\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$$

但し，R は4.2，T_0 は4.3によりて求めらる。

実測値　4.2に示す振動記録についてRを求め，4.3にて得たT_0の値をもつてλを求めると次の如し。

	R	T_0(s)	λ^2(s^{-2})
上下動振動加速度計	2.1	0.18	6.91
左右動振動加速度計	2.50	0.16	105.6

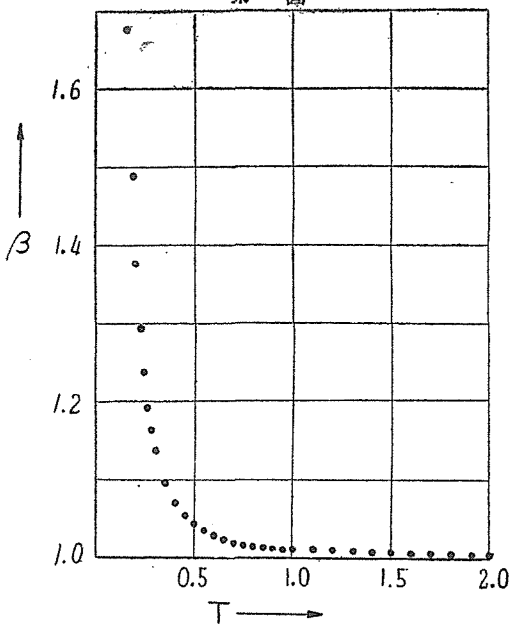
4.5 βの値を求むること

(2.4)式によりて

$$\beta=(1-T_0^2/T^2)^2+(\lambda T_0/\pi)^2(T_0/T)^2$$

但しT_0は 4.3, λ は 4.4によりて求める。然る時は上式によりて測定すべき振動の周期に対するβの値が求められる。実測した値から求めた結果を第4図に示す。

第 4 圖



4.6 振子が運動方向に重力を受けた時の記録の大さ Y_g を求むること

第5図 (A) (B) に示す如き水平動及び上下動振動加速度計に於てθ角だけ傾けた時の記録の高さをY_θ とする。第5図 (A)を参照して理解する通り，水平動振子が水平方向に，mgsin $(\theta+\Theta)$ の力を受けると板ばねが Θだけ撓みて，$\theta+\Theta$ なる傾斜角をとる。

$$K=\frac{\text{記録の大さ}}{\text{板ばねの撓み角}}=\text{板ばね撓み角に対する幾何倍率}$$

とすると

$$K\Theta=Y_\theta$$

更らに，k＝板ばねの撓み角に対するばねの剛さ とすると

$$k\Theta=mg\sin(\theta+\Theta)$$

この二つの式によつて

$$(k/K)Y_\theta=mg\sin\ (\theta+Y_\theta/K)$$

$$\therefore\quad K_g(mg/k)=Y_\theta/\sin(\theta+Y_\theta/K)\cdots\cdots\cdots\cdots(4.2)$$

振動計の台の傾斜角θを階段的に増減してこれに対する記録の大さY_θを求め，(4.2) 式にて計算した値の平均値を以てY_gの値とする。なおKを求めるに当つて板ばねの撓み角を測定するには振子の重錘に小鏡をつけ，物差と顯微鏡とを使用する光学挺子によつて測定した。左右動振動加速度計について実測した結果は次の如し。

K＝1140mm/rad Y_g＝74.1mm

4.7 振動加速度計定数を求むること

(2.5)式によりて

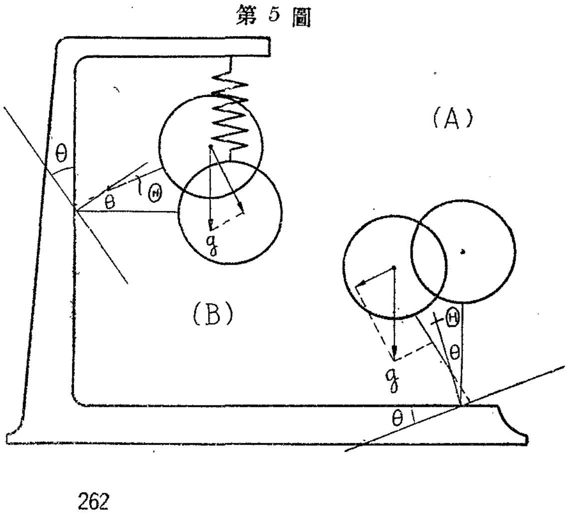
$$\text{振動加速度計定数}=\beta(g/Y_g)$$

但しY_gは4.6, βは4.5 によりて求められるものである。

従つてこの定数は測定すべき振動の周期によつて変化する。

その結果を 第6図に示し，次の如

第 5 圖

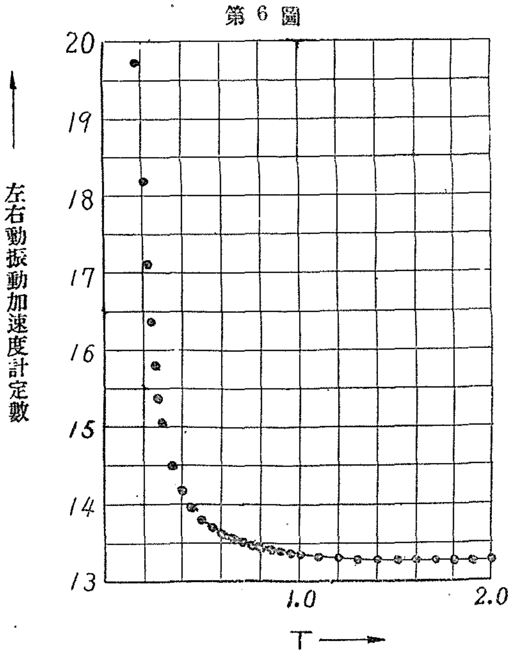


くなる。

周期(s)	0.5	1.0	2.0
記錄1mm当り,加速度cm/s²	13.81	13.38	13.28

すなわち，記錄1mm=13.3cm/s²とすると，振動周期1.0～2.0sに於て最大誤差1%以下である。

第 6 圖



5. 結　語

固体摩擦と流体摩擦のあるばね振子振動加速度計に於て　振動加速度計定数$=\beta.g/Y_g$)

但し

$$\beta=\left(1-\frac{T_0^2}{T^2}\right)+\left(\frac{\lambda T_0}{\pi}\right)^2\left(\frac{T_0}{T}\right)^2$$

$$\lambda^2=\frac{(\log eR)}{\pi^2+(\log eR)^2}\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$$

を決定するにあたり，(Ⅰ) 嵌合部分の弛み (Ⅱ) 運動部分の固体摩擦 (Ⅲ) 強制振動によりて激励せられる振子の自由振動，この三つによる記錄振幅補正値を求める方法を述べ，振動計の自由振動の記錄による測定値により定数を求める方法を述べた。

固体摩擦力を比較的小ならしむるため，振子の重さを成るだけ大にして5kgとし，油の通路を簡單に加減することのできる油制振器を用いた板ばね振子振動加速度計を製作した。この振動計について実測したところ，自己振動周期 0.16sにて，油制振器の調節範囲内にて，適当に調節すると記錄振幅 1mm=13.3cm/s²，測定範囲周期 1.0～2.0s に於て最大誤差1%以下，固体摩擦による記錄振幅補正値は0.1mmであることをたしかめた。

參 考 文 献

石本巳四雄：振動実驗及測定法，共立社，1934
萩原尊禮：振動測定，宝文館 1945
武藏倉治：振動計，岩波．1944
S. Timoshenko : Vibration Problems in Engineering, Newyork, 1937.

ON THE SELF-CALIBRATION OF VIBROMETERS.

Kuraji MUSASHI
(Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering)

Finding out the characteristic constants of a vibrometer, by means of the self vibration record of the vibrometer, without using the vibrating desk, the methods to calibrate "sensibility,, and "accuracy,, are to be reported here.

Used an oil-dashpot as a damping devise, made a vibrometer with a spring pendulum. Gained the correction of amplitudes for solid friction dy this apparatus. The result of the calibration is reported as 1mm of the recording of the vibrometer should be how many cm/s^2 in vidration acceleration.

正　誤　表

頁	行		（誤）	（正）
221	—6		熱	熱
223	7		重亜硫酸ソーダ	アニリン
232	11		ce	cc
232	—5		良くし水洗	良く水洗し
233	19		0,0181g	0.0181g
233	—1		分子式中N_3	N4, Cu:9.54%,Na:6.91%
236	5		C. Abrt.	C. Abst.
247	26		$10^{-PH}-10^{-PH}=kC^N$	$10^{-PH}-10^{-PH^\circ}=kC^N$
247	29		Freundrich	Freundlich
257	—6		gY_g	g/Y_g
〃	—1		振動	振幅
258	2		谷と	谷の
〃	3		ピンの	ピンと
261	—2		2.I	2.16
〃	—〃		6.91	69.1
265	18, 22		輻	幅
〃	30		cnrl	curl
〃	31		$\frac{\partial}{\partial t}$curl	$\frac{\partial}{\partial t}$ curl
266	31,32		輻	幅
369	—18		α＝素子間距離	（抹消する）
	16	(1.1)式中	$e^{j2(\beta+mccos\varphi)}$	$e^{j2(\beta+md\cos\varphi)}$
	9		となるから　(1.1)	となるから$\varphi=\pi/2$の時は(1.1)
	4		電圧を　$\dot{V}\cdot_1$	電圧を　$\dot{V}_1$
	3		$\dot{V}\cdot_2=$	$\dot{V}_2=$
370	15		(2.7)	(2.1)
	—5	(2.2)式中	$e^{j(mpsin-\varphi\beta)}$	$e^{j(md\sin\varphi-\beta)}$
371	5	(2.4)式中	$e^{jmdcos\varphi-\beta)}$	$e^{j(md\cos\varphi-\beta)}$
	10	(2.5)式中	$eos(\frac{1}{2}\pi\cos\varphi)$	$\cos(\frac{1}{2}\pi\cos\varphi)$
372	1		$\pi/2$及$3\pi/6$	$\pi/2$及$3\pi/2$
	—14		$\partial_3 D_\varphi/\partial\varphi$から	$\partial_3 D_\varphi/\partial\varphi=0$から
	—10		$\Sigma\sin(K\beta-\varphi)$ で	$\Sigma\sin(K\beta-\varphi)=0$ で
374	—7		挿入 l, a	挿入し, a
	—2		$e^{\pm/\pi/3}$	$e^{\pm j\pi/3}$
375	3	(4.1)式中	$e^{j(0+a)}$	$e^{j(0+\pi)}$
	4		$W_c=1-$	$W_c=-1$
	7	(4.2)式中	$\pi\beta$　(3ヶ所)	$\pi/3$
	—17		Gが	G′が